



## ANÁLISE NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE VIGAS DE MADEIRA REFORÇADAS POR PRFC

**George W. A. Rangel (1); Dogmar A. de Souza Junior (2); Francisco A. R. Gesualdo (3);  
Antonio C. dos Santos (3); Carlos H. Barreiro (4)**

(1) Curso de Engenharia Civil – Universidade de Uberaba, Brasil – e-mail: georgewar@gmail.com

(2) Faculdade de Engenharia Civil – Universidade Federal de Uberlândia, Brasil – e-mail:  
souzadogmar@feciv.ufu.br

(3) Faculdade de Engenharia Civil – Universidade Federal de Uberlândia, Brasil

(4) Curso de Engenharia Civil – Universidade de Uberaba, Brasil

### RESUMO

Atualmente, muitas estruturas de madeira têm apresentado deteriorações devido à falta de manutenção, estando em serviço por mais tempo que o previsto em projeto, necessitando de reabilitação. Há situações em que as cargas agora impostas às estruturas são maiores que as cargas de projeto, agravando ainda mais a situação destas estruturas. Diante deste quadro, o uso de técnicas de recuperação estrutural é essencial. O uso de Plásticos Reforçados por Fibras de Carbono (PRFC) é uma alternativa que vem ganhando espaço no mercado devido sua facilidade de aplicação e baixa relação peso/resistência. Para avaliar o comportamento mecânico de vigas de madeira reforçadas por PRFC foram realizados ensaios experimentais e numéricos com vigas sem reforço e com reforço na face tracionada. A formulação dos modelos numéricos empregou a técnica dos elementos finitos e permitiu confirmar os resultados obtidos nos ensaios experimentais e extrapolar as avaliações para outras espessuras de reforço. Enfim, conclui-se que o uso de PRFC é uma técnica de reabilitação de estruturas de madeira viável tecnicamente.

Palavras-chave: reforço, PRFC, madeira, reabilitação.

## **1 INTRODUÇÃO**

Muitas estruturas de madeira têm sofrido com a falta de manutenção e estão em serviço por mais tempo que o previsto em projeto, necessitando de reabilitação. Frequentemente, devido à limitação de recursos, apenas trabalhos mínimos são feitos para garantir as estruturas em serviço; uma estratégia de manutenção que não é a ideal. Além disso, há casos em que as ações de serviço agora impostas às estruturas são maiores que as inicialmente projetadas.

De forma geral, o reforço de peças estruturais pode ser feito de duas formas: internamente ou externamente. O reforço interno é caracterizado pela associação de dois materiais, sendo o mais resistente envolvido pelo outro. O exemplo mais clássico de reforço interno é a utilização de armadura de aço no concreto (concreto armado) para resistir aos esforços de tração.

No caso da madeira, existem diversos são os métodos empregados para reforçá-la que obtiveram sucesso. Buillet (1983) utilizaram placas de metal para reforçar estruturas de madeira. Um outro método de reforço de madeira é a utilização de barras de aço pós-tracionadas estudado por Triantafillou and Deskovic (1992).

O reforço de vigas de madeira por barras de aço foi examinado pela *Timber Research and Development Association in Great Britain* (Buillet, 1983). Seções transversais quadradas e circulares foram usadas para reforçar a madeira laminada. As barras foram colocadas em entalhes na zona de tração ou, na zona de tração e de compressão, durante o processo de laminação. A união entre as barras de aço e a madeira foi feita de dois modos. O primeiro modo considerava as barras de aço lisas, onde a aderência entre a madeira e a barra era garantida pela resina utilizada durante o processo de laminação. O segundo modo usava barras dentadas nos entalhes.

O uso conjunto de madeira e materiais compostos tem sido pesquisado para aplicações estruturais, tanto em trabalhos experimentais (TRIANTAFILLOU e DESKOVIC, 1992; FIORELLI, 2002; FIORELLI e DIAS, 2002) quanto em análises pelo método dos elementos finitos (SOUZA JR, 2001; SOUZA JR e CUNHA, 2002).

Existem vários tipos de matrizes e fibras utilizadas como reforço. As primeiras fibras utilizadas em estruturas foram as fibras de vidro, aramida e carbono. As fibras, usualmente na forma de mantas, têm sido usadas sucessivamente como reforço de materiais convencionais.

Os materiais compostos por permitirem a possibilidade da variação dos elementos constituintes da sua estrutura segundo as direções preferenciais dos esforços, conferem uma eficiência global excepcional ao elemento estrutural reforçado. O uso de Plásticos Reforçados por Fibras de Carbono (PRFC) em reforço de estruturas de madeira apresenta diversas vantagens, tais como: reduz o custo quando usado apropriadamente; repara e reabilita danificações e deteriorações estruturais; melhora a durabilidade, reduz a manutenção requerida para as peças e juntas; aumenta a resistência à flexão e a rigidez de novas peças; melhora as propriedades estruturais de classes de madeira de menor qualidade, por exemplo, as madeiras provenientes de reflorestamento; permite o uso de peças de menor seção transversal com a mesma rigidez e resistência do que as peças sem reforço.

No aspecto de recuperação de estruturas de madeira, devido a limitação de recursos, apenas trabalhos mínimos são feitos para garantir as estruturas em serviço, uma estratégia de manutenção que não é a ideal. Além disso, as cargas de serviço agora impostas às estruturas são maiores que as cargas inicialmente projetadas. O uso de PRF tem se limitado ao reforço de estruturas de concreto, mas existe um enorme potencial para o seu uso no reforço de estruturas de madeira. A associação da madeira e tecidos de fibras de carbono gera um aumento na rigidez e na resistência da peça, possibilitando uma melhor utilização das propriedades mecânicas da madeira. Esta concepção pode ser usada tanto na modelagem de novas peças estruturais, como na recuperação de peças danificadas. Considerando ainda, os aspectos de impacto ambiental no uso de madeiras nativas e a rápida diminuição de árvores com seção transversal elevada, os métodos tradicionais de reabilitação de estruturas de madeira não são sustentáveis.

## 2 OBJETIVO

O objeto deste trabalho é o estudo do comportamento mecânico de vigas de madeira reforçadas por PRFC. Para isto foram realizados ensaios experimentais com 6 vigas de madeira, três sem reforço e três com reforço de PRFC na face inferior (tracionada). Os resultados obtidos permitiram calibrar o modelo numérico e extrapolar os resultados experimentais para outras configurações de reforço.

## 3 METODOLOGIA

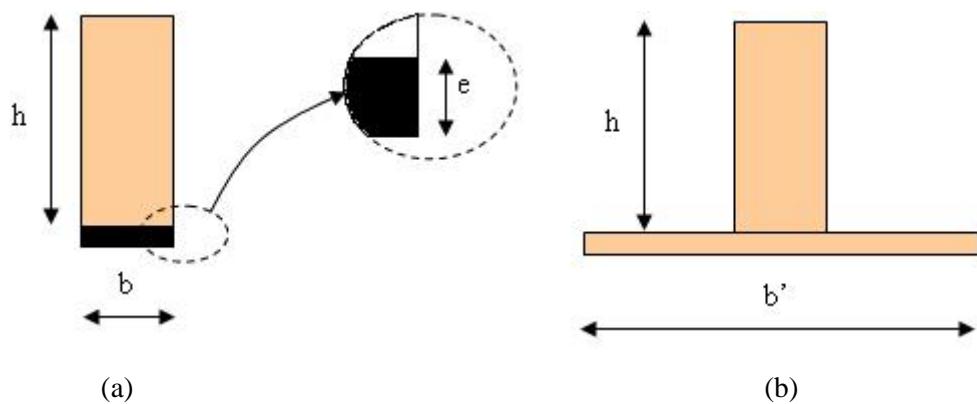
A ABNT NBR 7190:1997 é baseada no Método dos Estados Limites para verificação estrutural. Para o caso específico de vigas, os estados a serem verificados são:

- estado limite de utilização, referente ao deslocamento (flecha) máximo;
- estado limite último, referente as tensões normais devidas ao momento fletor;
- estado limite último, referente as tensões tangenciais devidas ao esforço cortante.

As análises teóricas e experimentais desenvolvidas neste trabalho contemplaram o estudo do estado limite de utilização e o estado limite último para tensões normais. Para o cálculo teórico da rigidez das peças foi empregado um modelo elástico linear de cálculo (método da seção transformada), o qual é apresentado a seguir.

### 3.1 Cálculo da seção transformada

O método da seção transformada foi utilizado para determinação teórica da rigidez de vigas de madeira com seção retangular ( $b \times h$ ) reforçadas com PRFC. As vigas reforçadas serão analisadas por meio da teoria clássica de flexão, onde encurtamentos e alongamentos das fibras longitudinais são proporcionais às suas distâncias ao eixo neutro. O material é admitido no regime elástico-linear. A Figura 1 ilustra a seção transversal de madeira reforçada.



**Figura 1** – Viga formada por dois materiais diferentes (a); Seção transformada (b).

A seção transversal apresenta na Figura 1.b é constituída por apenas um material, que neste trabalho é a madeira. A largura equivalente  $b'$  é dada pela eq.1.

$$b' = b \cdot \frac{E_2}{E_1} \quad (1)$$

$b'$  – largura do reforço transformado;

B – largura da viga de madeira;

$E_2$  – módulo de elasticidade do PRFC;

$E_1$  – módulo de elasticidade da madeira.

Para a viga sem reforço o momento de inércia é dado pela eq.2.

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (2)$$

E para a viga com reforço o momento de inércia é dado pela eq.3.

$$I_R = \frac{b \cdot h^3}{12} + b \cdot h \cdot (y_{cg} - h/2)^2 + \frac{b \cdot E_2 \cdot n \cdot h^3}{12 \cdot E_1} + b \cdot \frac{E_2}{E_1} \cdot n \cdot h \cdot (n \cdot h/2 + h - y_{cg})^2 \quad (3)$$

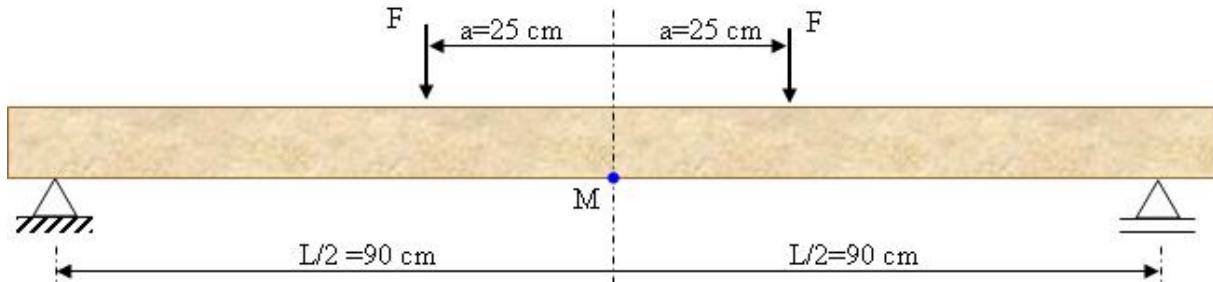
$y_{cg}$  – posição do centro de gravidade da peça no eixo y;

n – razão da espessura da fibra e da altura da viga ( $n = e/h$ ).

Portanto, o cálculo teórico do aumento da rigidez à flexão de vigas reforçadas, em comparação com as vigas sem reforço, foi determinado pela relação entre os momentos de inércia, ou seja,  $I_R/I$ .

### 3.2 Cálculo experimental do aumento de rigidez à flexão

A Figura 2 ilustra o esquema de ensaio à flexão adotado. Nota-se que a viga é colocada sobre dois apoios (condição bi-apoiada) e submetida a um carregamento concentrado em dois pontos simétricos. O carregamento imposto foi medido por uma célula de carga de 30 kN para as vigas sem reforço e de 100 kN para as vigas reforçadas com PRFC. O deslocamento vertical foi medido por meio do transdutor de deslocamento LVDT colocado sob o ponto de simetria da viga (ponto M). Sua precisão é de  $10^{-3}$  mm e seu cursor tem comprimento de 100 mm.



**Figura 2** – Viga formada por dois materiais diferentes (a); Seção transformada (b).

O cálculo experimental da rigidez à flexão das vigas admitiu o comportamento elástico-linear para as vigas sem e com reforço. Empregando a equação da linha elástica, a rigidez da viga à flexão é dada pela eq.4.

$$EI = \frac{F \cdot a}{24 \cdot u} (3L^2 - 4a^2) \quad (4)$$

u – deslocamento vertical no ponto M.

Portanto, o cálculo experimental do aumento da rigidez à flexão de vigas reforçadas, em comparação com as vigas sem reforço, foi determinado pela relação  $E_R I_R / EI$ .

## 4 MATERIAIS EMPREGADOS E RESULTADOS

A madeira utilizada para os ensaios foi a roixinho e as dimensões de cada viga ensaiada com ou sem reforço são apresentadas na Tabela 1.

**Tabela 1** – Valores das dimensões das vigas de madeira.

Viga		Largura (cm)	Altura (cm)
Sem reforço	V1	4,3	9,7
	V2	4,3	9,6
	V3	4,3	9,5
Com reforço	V1R	4,4	9,6
	V2R	4,3	9,6
	V3R	4,3	9,6

O sistema de reforço adotado foi de lâminas de PRFC pré-fabricadas aderidas à madeira por meio de resina epóxi. As lâminas foram aplicadas simetricamente na face inferior da viga e seu comprimento foi de 1,60 m. Na Tabela 2 são apresentadas as propriedades e características do PRFC e da resina.

A Tabela 3 e a Tabela 4 apresentam os resultados obtidos nos ensaios de flexão das vigas sem reforço. Para o cálculo do momento de inércia foi escolhido aleatoriamente um valor de força e seu respectivo deslocamento. Ressalta-se que o valor médio determinado para o módulo de elasticidade está consistente com a literatura, que indica um valor de aproximadamente 2000 kN/cm<sup>2</sup>.

**Tabela 2** – Propriedades dos materiais do sistema de reforço.

<b>Lâmina PRF</b>	
Espessura	1,20 mm
Largura	50 mm
Direção da fibras	Unidirecional
Módulo de elasticidade	155.000 MPa
Resistência à tração na ruptura	3.100 MPa
Deformação máxima	1,9 %
<b>Resina epóxi</b>	
Compressão	95 MPa
Cisalhamento (falha no concreto)	15 MPa
Pot life	40 minutos à 40 °C
Aderência (falha no concreto)	4 MPa
Módulo de elasticidade	12.800 MPa
Transição vítreia	62 oC

**Tabela 3** – Resultados obtidos no ensaio de flexão da viga sem reforço.

Viga	Deslocamento <b>u</b> (cm)	Força <b>F</b> (kN)	Inércia <b>I</b> (cm <sup>4</sup> )	Módulo de elasticidade (kN/cm <sup>2</sup> )
V1	1,88	4,33	327,04	1535,01
V2	1,91	6,26	317,03	2240,93
V3	1,92	5,18	307,22	1907,77
Média	-	-	-	1894,57

**Tabela 4** – Resultados obtidos no ensaio à flexão da viga sem reforço.

Viga	Momento de ruptura (kN·cm)	Modo de ruptura
V1	646	Tração
V2	790	Tração
V3	631	Tração

A Figura 3 ilustra o esquema empregado na experimentação da viga sobre dois apoios, com duas forças concentradas.



**Figura 3** – Viga sem reforço sob duas forças concentradas.

A Tabela 5 apresenta os resultados obtidos no cálculo teórico do aumento de rigidez das vigas reforçadas com PRFC na face inferior. O valor utilizado para o módulo de elasticidade é o valor médio obtido nos ensaios experimentais das vigas sem reforço e apresentado na Tabela 3.

**Tabela 5** – Resultados teóricos do aumento de rigidez para as vigas reforçadas com PRFC.

Viga	Momento de inércia ( $\text{cm}^4$ )		Rigidez ( $\text{kN}\cdot\text{cm}^2$ )		Relação $I_R/I$
	Sem reforço (I)	Com reforço ( $I_R$ )	Sem reforço (EI)	Com reforço ( $EI_R$ )	
V1R	324,40	427,58	614.604	810.071	1,32
V2R	317,03	417,86	600.636	791.660	1,32
V3R	317,03	417,86	600.636	791.660	1,32

A Tabela 6 mostra os valores do aumento de rigidez das vigas reforçadas por PRFC obtidos por meio dos resultados do ensaio experimental. A rigidez da viga sem reforço foi calculada empregando o módulo de elasticidade médio e o momento de inércia teórico calculado para a respectiva viga enquanto que a rigidez experimental da viga foi determinada pela eq.4.

**Tabela 6** – Resultados do aumento de rigidez obtido nos ensaios de flexão.

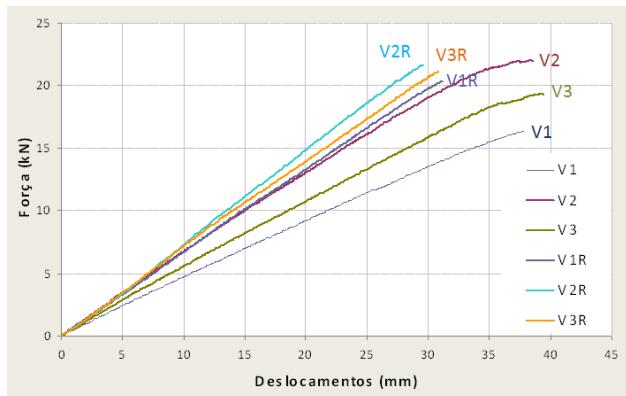
Viga	Desloc. u (cm)	Força F (kN)	Rigidez ( $\text{kN}\cdot\text{cm}^2$ )		Relação $EI_R/EI$
			Sem reforço (EI)	Com reforço ( $EI_R$ )	
V1R	1,84	6,15	614.604	726.250	1,18
V2R	2,29	8,53	600.636	810.986	1,35
V3R	2,29	7,95	600.636	755.683	1,26

Os valores do aumento de rigidez obtido nos ensaios experimentais apresentaram uma variação significativa, de 18% a 35%. Para duas vigas o valor obtido experimentalmente para o aumento de rigidez foi inferior ao valor esperado pela teoria que era de 1,32. Isto se deve a mudança na forma de ruptura da viga. No caso das vigas com reforço, a ruptura se deu pela compressão das fibras superiores (Figura 4), caso isto não acontecesse a viga ainda teria condições para suportar um valor de força maior.



**Figura 4** – Detalhe do modo de ruptura por compressão de viga com reforço.

A Figura 5 ilustra as curvas força *versus* deslocamento obtidas nos ensaios experimentais para as três vigas sem reforço e as três vigas com reforço.



**Figura 5** – Curvas força *versus* deslocamento obtidas nos ensaios experimentais.

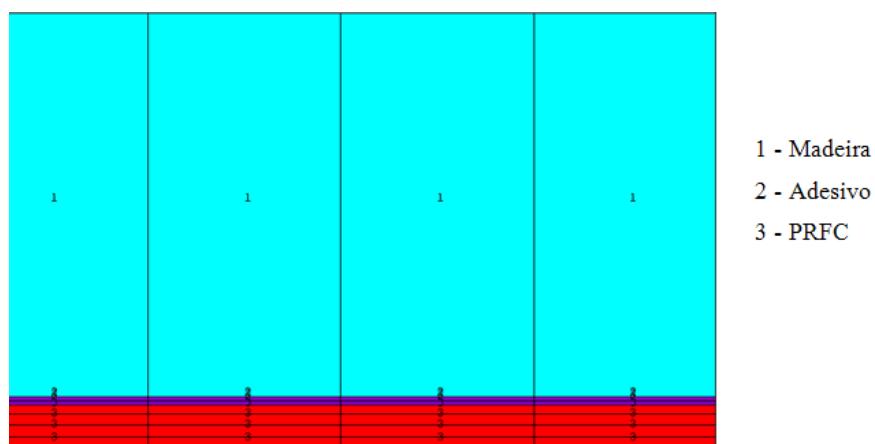
Os resultados obtidos para o momento de ruptura e o modo de ruptura das vigas reforçadas estão apresentados na Tabela 7. Como não houve descolamento das lâminas de PRFC o momento de ruptura aumentou se comparado com o momento de ruptura das vigas ensaiadas sem reforço (Tabela 4). É importante salientar que a PRFC permaneceu colado na face inferior da viga até a sua ruptura, que neste caso foi por compressão das fibras superiores como está ilustrado na Figura 4.

**Tabela 7** – Resultados obtidos no ensaio à flexão da viga sem reforço.

Viga	Momento de ruptura (kN·cm)	Modo de ruptura
V1R	902	Compressão
V2R	996	Compressão
V3R	1094	Compressão

## 5 AVALIAÇÃO NUMÉRICA

Para avaliar as modelagens foi utilizado o elemento SOLID46 que é uma versão estratificada do elemento SOLID 45 e se destina à simulação de materiais estratificados. O elemento possui 8 nós, sendo 3 graus de liberdade por nó, ou seja, translações nos eixos x, y e z e pode possuir até 250 camadas de material ortotrópico de mesma espessura. Todas as vigas avaliadas foram submetidas a um carregamento estático para determinar os deslocamentos e os esforços solicitantes. O modelo de viga bi-apoiada modelada via método dos elementos finitos é o mesmo apresentado na Figura 2. A Figura 6 ilustra o detalhe da viga com reforço discretizada via método dos elementos finitos.



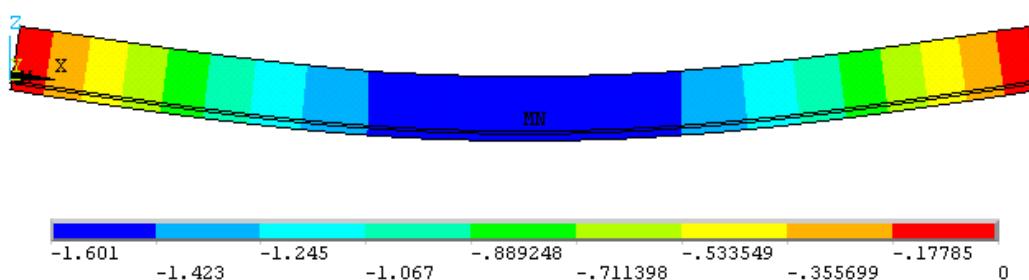
**Figura 6** – Detalhe dos materiais constituintes da viga com reforço discretizada.

Para avaliar a consistência do modelo numérico comparou-se os resultados obtidos para o deslocamento vertical máximo nos ensaios experimentais com o resultado do modelo numérico. Para uma carga  $F = 6,18 \text{ kN}$ , os deslocamentos obtidos estão apresentados na Tabela 9. Como pode ser constatado, o erro máximo cometido no modelo numérico foi de aproximadamente 13%, sendo que a comparação com a viga VR2 não apresentou diferença nos resultados do deslocamento vertical máximo com o modelo numérico. Tais resultados comprovam a consistência do modelo numérico.

**Tabela 9** – Comparação entre o deslocamento vertical máximo obtido no modelo numérico e nas vigas submetidas ao ensaio experimental.

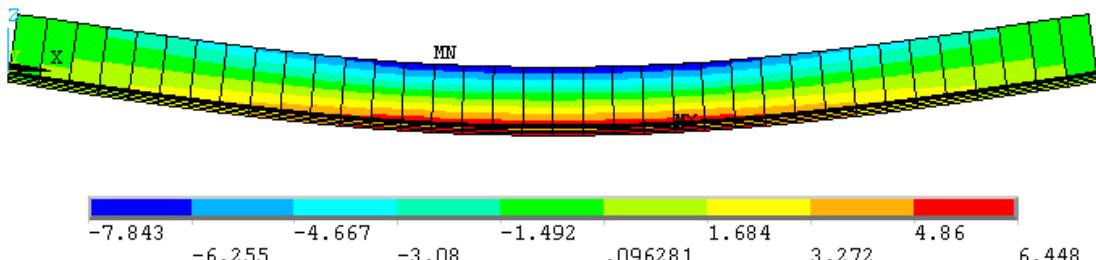
Viga	Deslocamento vertical máximo (cm)	Erro (%)
Modelo numérico	1,60	-
VR 1	1,84	13,05
VR 2	1,60	0,00
VR 3	1,75	8,15

A Figura 7 ilustra os deslocamentos verticais da viga no modelo numérico.

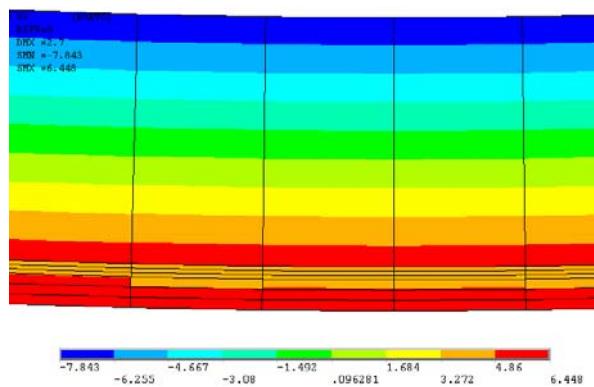


**Figura 7** – Deslocamentos na direção vertical (cm) para a viga bi-apoiada com reforço.

A Figura 8 ilustra a distribuição de tensão  $\sigma_{xx}$  ( $\text{kN}/\text{cm}^2$ ) ao longo da viga com reforço para uma força  $F = 13,87\text{kN}$  (força de ruptura da viga VR1). Na Figura 9 pode ser observado com mais detalhe a distribuição de tensão  $\sigma_{xx}$  ( $\text{kN}/\text{cm}^2$ ) em cada material (madeira, adesivo e PRFC) no meio do vão da viga.



**Figura 8** – Distribuição de tensão  $\sigma_{xx}$  ( $\text{kN}/\text{cm}^2$ ) ao longo da viga com reforço.



**Figura 9** – Detalhe da distribuição de tensão  $\sigma_{xx}$  ( $\text{kN}/\text{cm}^2$ ) no meio do vão da viga com reforço.

## 6 ANÁLISE DE RESULTADOS

A união do PRFC com elementos estruturais de madeira torna o material final um compósito com ótimas propriedades mecânicas que pode ser utilizado para recuperação de estruturas de madeira danificadas ou para compor um novo elemento estrutural.

Por meio das análises teóricas e experimentais pode-se constatar o aumento na rigidez da viga de madeira. Empregando a teoria da seção transformada o ganho de rigidez esperado era de aproximadamente 32%, entretanto os resultados experimentais apresentaram um ganho de rigidez entre 18% e 35%. Com a utilização do PRFC o modo de ruptura que era por tração das fibras inferiores para a viga sem reforço passou a ser por compressão das fibras superiores, isto explica o ganho de rigidez inferior ao esperado na teoria nas vigas VR1 e VR3.

O elemento SOLID46 utilizado para a modelagem numérica da viga com reforço permitiu obter resultados satisfatórios quando comparados com os resultados experimentais. Inclusive para a viga VR2 os resultados nas duas análises foi idêntico. A validação do modelo numérico é importante, pois permitirá a realização de novas avaliações com diferentes configurações de seção transversal, tipo de madeira e quantidade e posição do reforço aplicado. Por fim, conclui-se que o reforço de madeira com PRFC é viável tecnicamente.

## **7 REFERÊNCIAS**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR7190**: projeto de estruturas de madeira. Rio de Janeiro, 2007.

BULLEIT, W. M. Reinforcement of Wood Materials: a Review. **Proceedings of the society of wood science and technology**, p. 391-397. 1983.

FIORELLI, J. e DIAS, A. A. Avaliação do desempenho estrutural de vigas de madeira reforçadas com fibras de carbono e com fibras de vidro. In: Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira, 8., 2002, **Anais...** Uberlândia. 2002. CD-ROM.

FIORELLI, J. e DIAS, A. A. **Utilização de fibras de carbono e de fibras de vidro para reforço de vigas de madeira**. 2002. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Engenharia de Materiais) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

SOUZA Jr, D. A. **Estudo do comportamento mecânico de estruturas de madeira reforçadas por fibras de carbono**. 2001. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2001.

SOUZA JR, D. A. e CUNHA, J. Estudo teórico-numérico de vigas laminadas de madeira reforçadas por fibras de carbono. In: Encontro Brasileiro em Madeiras e em Estruturas de Madeira, 8., 2002, **Anais...** Uberlândia. 2002. CD-ROM.

TRIANTAFILLOU, T. C. e DESKOVIC, N. Prestressed FRP sheets as external reinforcement of wood members. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, paper nº 1843, USA. 1992.