

PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA O ESTUDO DAS ÁREAS SOMBREADAS POR PROTEÇÕES RETANGULARES EM PLANOS VERTICAIS E HORIZONTAIS

Renato G. Castanheira(1); Carlos Eduardo S. Costa (2)

(1) UFRuralRJ - Rua Domingos do Couto, 71 – Campo Grande – RJ- ☎ (21)-34021439
e-mail: rgcastanheira@uol.com.br

(2) UFRuralRJ - Rodovia BR 465 km 7 – Seropédica - RJ- ☎ (21)-26821210

RESUMO

Com o objetivo de estudar o comportamento das sombras projetadas por superfícies planas retangulares nas fachadas (plano vertical) e no piso (plano horizontal), foi desenvolvida uma ferramenta computacional, denominada de Sombra2, que fornece as representações gráficas dos aspectos destas sombras nos planos considerados, informando também, os valores numéricos absolutos e percentuais de suas áreas. Os resultados obtidos com este programa certamente serão bastante úteis nos projetos de proteções solares e na posterior determinação do valor da radiação solar incidente

ABSTRACT

With the objective of studying the behavior of shadows projected by rectangular plane surfaces on facades (vertical plane) and on the floor (horizontal plane), a computer tool was developed and was denominated Sombra2. It supplies the graphic representations of the aspects of these shadows in the considered plans, also informing the absolute and numeric percentile values of their areas. The results obtained by this program will certainly be quite useful in projects of solar protections and in the subsequent determination of the value of the incident solar radiation.

1. INTRODUÇÃO

A cada instante uma imensa quantidade de energia proveniente do Sol atinge as superfícies externas dos edifícios, podendo submeter os ocupantes ao desconforto térmico e ainda causar consideráveis aumentos nos valores da carga térmica da edificação, o que obriga ao uso de dispositivos de climatização artificial, tais como ventilação mecânica ou ar condicionado, o que certamente consome grande quantidade de energia elétrica, comprometendo a eficiência energética do edifício, aspecto muito importante nos dias atuais.

Desde épocas remotas, o homem vem utilizando diferentes recursos para proteger os edifícios da radiação solar, especialmente nos períodos mais quentes do ano, tais como o uso da vegetação, beirais, brises, persianas, cortinas, varandas e outros. Devido ao fato de que a maioria dos dispositivos protetores citados encontram-se associados à forma geométrica retangular, observa-se que se torna relevante para os projetistas conhecer, de modo relativamente preciso, o comportamento da sombra produzida por áreas retangulares sobre as fachadas de uma edificação e até mesmo na região do piso próxima ao edifício, pois ela influi consideravelmente nos valores da radiação solar incidente e,

consequentemente, nas condições de conforto térmico, lumínico e, ainda, na eficiência energética do prédio.

Entre as diversas formas utilizadas no estudo das sombras sobre as fachadas e as janelas, estão os programas computacionais simuladores de sombras, entre os quais se pode citar o *Sombbrero* (NIEWIENDA e HEIDT, 1996). É importante destacar que estes programas, por serem de difícil obtenção e de custo relativamente alto, não estão à disposição da maioria dos projetistas brasileiros, razão pela qual foi desenvolvido o programa *Sombra2*.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O programa *Sombra2* foi escrito em linguagem Object Pascal no ambiente Delphi 5 para o sistema operacional Windows nas versões posteriores à versão 95 e destina-se a computadores da linha IBM-PC e compatíveis. As equações e os princípios teóricos que definem o modelo matemático utilizado na elaboração do algoritmo do programa são descritos e comentados a seguir.

Para o cálculo da declinação, foi utilizada a equação 1 (DUFFIE e BECKMAN,1980), onde δ é a declinação medida em graus e n é o número de dias transcorridos entre 1º de janeiro e o dia considerado.

$$\delta = 23,45 \cdot \text{sen}\left(360^\circ \cdot \frac{284 + n}{365}\right) \quad [\text{Eq. 01}]$$

Para determinar as horas correspondentes ao nascente e ao poente do Sol é necessário determinar o ângulo horário relativo ao poente, o que é realizado através da equação 2 (DUFFIE e BECKMAN,1980), onde ω_p é o valor deste ângulo e ϕ é a latitude local, sendo considerada negativa para o hemisfério sul.

$$\cos \omega_p = -\tan \phi \cdot \tan \delta \quad [\text{Eq. 02}]$$

Para o cálculo do ângulo horário em um determinado instante, utilizou-se a equação 3 (DUFFIE e BECKMAN,1980), onde ω representa o valor deste ângulo em graus e t é a hora solar correspondente.

$$\omega = (t - 12) \cdot 15^\circ \quad [\text{Eq. 03}]$$

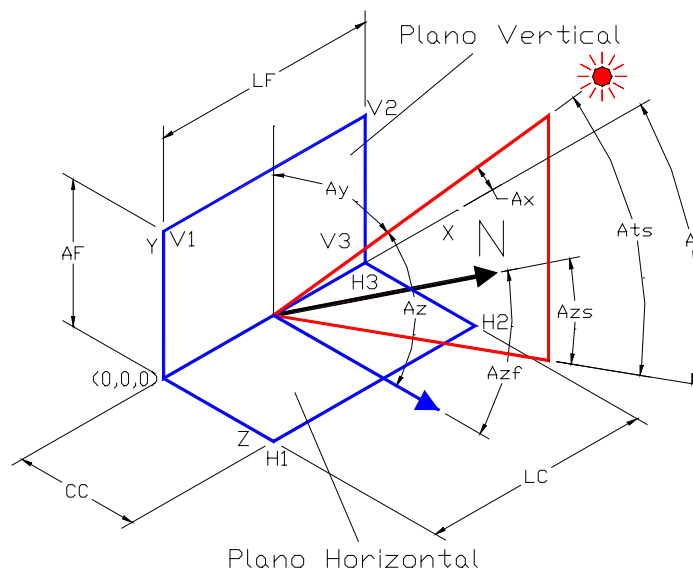


Figura 1 - Elementos geométricos e dimensões básicas

A determinação do valor para a altura solar, representada por A_{ts} na figura 1, é realizada segundo a equação 4 (HERRERO,1985).

$$\text{sen } A_{ts} = \text{sen } \delta . \text{sen } \phi + \text{cos } \phi . \text{cos } \delta . \text{cos } \omega \quad [\text{Eq. 04}]$$

Para a determinação do azimute solar, representado por A_{zs} na Figura 1, foram utilizadas as equações 5 e 6 (HERRERO,1985).

$$\text{sen } A_{zs} = \frac{\text{sen } \omega . \text{cos } \delta}{\text{cos } A_{ts}} \quad [\text{Eq. 05}]$$

$$\text{cos } A_{zs} = \frac{\text{sen } A_{ts} . \text{sen } \phi - \text{sen } \delta}{\text{cos } A_{ts} . \text{cos } \phi} \quad [\text{Eq. 06}]$$

É importante destacar que o azimute solar tem como origem o *Norte* e seu sentido é considerado *positivo* quando *anti-horário* e que a localização do quadrante correto é feita através do estudo dos sinais obtidos nas equações 5 e 6.

O ângulo A , formado pelo raio solar e o eixo X do sistema de referência, é calculado utilizando-se a equação 7, onde A_{zf} representa o azimute do plano vertical (fachada). Todos os elementos descritos são mostrados na Figura 1.

$$A = A_{zs} - A_{zf} + 90^\circ \quad [\text{Eq. 07}]$$

A convenção adotada para o azimute da fachada é a mesma adotada para o azimute solar e o valor obtido para o ângulo A na equação 7, deve ser corrigido da seguinte forma:

Se $A \geq 360^\circ$, deve-se subtrair 360° do valor obtido anteriormente na equação 7.

Se $A < 0$, deve-se adicionar 360° ao valor obtido anteriormente na equação 7.

De acordo com a Figura 1, as coordenadas cartesianas dos quatro vértices do plano horizontal (piso) são as seguintes: $(0,0,0)$, $H1(0,0,CC)$, $H2(LC,0,CC)$, $H3(LC,0,0)$, sendo CC e LC , o comprimento e a largura do piso, respectivamente. Na mesma figura verifica-se que, as coordenadas cartesianas dos quatro vértices do plano vertical (fachada) são representadas por: $(0,0,0)$, $V1(0,AF,0)$, $V2(LF,AF,0)$, $V3(LF,0,0)$, sendo AF e LF , a altura e a largura da fachada, respectivamente.

Consideram-se como coordenadas iniciais da proteção, as coordenadas de seus vértices antes de sofrer qualquer tipo de rotação, ou seja, um retângulo contido em um plano horizontal, como mostrado na figura 2. Considerando-se X_c , Y_c e Z_c , respectivamente, a abscissa, a cota e o afastamento do ponto C e CB e LB , respectivamente a largura e o comprimento da proteção (beiral), tem-se as seguintes coordenadas:

$$P1\left(X_c - \frac{CB}{2}, Y_c, 0\right), P2\left(X_c - \frac{CB}{2}, Y_c, LB\right), P3\left(X_c + \frac{CB}{2}, Y_c, LB\right) \text{ e } P4\left(X_c + \frac{CB}{2}, Y_c, 0\right)$$

Consideram-se coordenadas finais, as coordenadas dos vértices da proteção após sofrerem as rotações propostas em torno dos eixos $E1$ e $E2$, conforme Figuras 2 e 3.

Sendo (X_r, Y_r, Z_r) as coordenadas de um ponto de coordenadas (X, Y, Z) após ser submetido às rotações em torno dos eixos $E1$ e $E2$. Os ângulos de rotação em torno dos eixos $E1$ e $E2$ são $Ae1$ e $Ae2$, respectivamente, tem-se então:

$$X_r = X_c + (X - X_c) . \text{cos } Ae1 + (Z - Z_c) . \text{sen } Ae1 . \text{sen } Ae2 \quad [\text{Eq. 08}]$$

$$Y_r = Y_c + (X - X_c) \cdot \text{sen } Ae1 - (Z - Z_c) \cdot \text{cos } Ae1 \cdot \text{sen } Ae2 \quad [\text{Eq. 09}]$$

$$Z_r = Z_c + (Z - Z_c) \cdot \text{cos } Ae2 \quad [\text{Eq.10}]$$

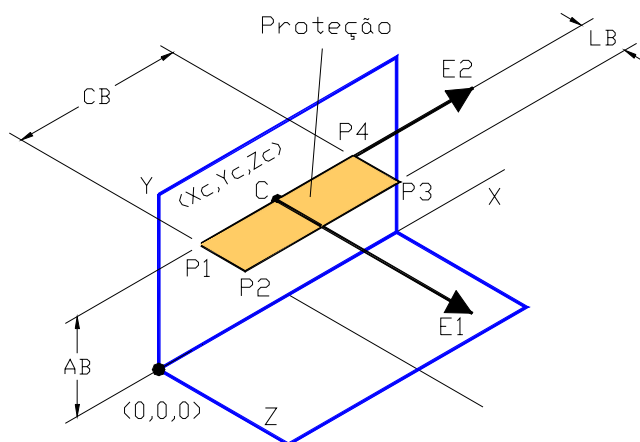


Figura 2 - Dados da proteção

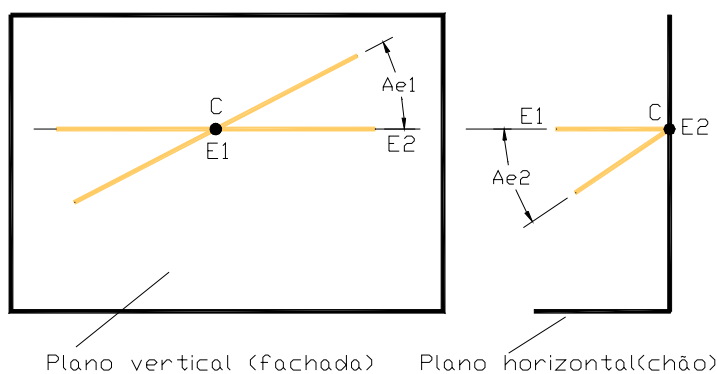


Figura 3 - Rotações disponíveis para a proteção

É importante ressaltar que os sentidos dos ângulos de rotação $Ae1$ e $Ae2$ foram considerados *positivos* para rotações efetuadas no sentido *anti-horário*, em relação aos seus respectivos eixos.

Para se determinar os vértices obtidos com a interseção do raio solar com os planos vertical (fachada) e horizontal (piso), recorre-se à equação 11, que é a representação analítica no espaço da reta que passa pelo ponto de coordenadas (X_0, Y_0, Z_0) e tem a direção do raio solar, definida pelo ângulo A , formado pelo raio solar e o eixo X, e a altura solar Ats .

$$\frac{X - X_0}{\text{cos } A \cdot \text{cos } Ats} = \frac{Y - Y_0}{\text{sen } Ats} = \frac{Z - Z_0}{\text{sen } A \cdot \text{cos } Ats} \quad [\text{Eq.11}]$$

Considerando a Figura 4, devido ao fato de que todos os pontos do plano vertical têm o afastamento nulo ($Z = 0$), as coordenadas cartesianas do ponto de interseção entre o raio solar e este plano $(X_v, Y_v, 0)$, são calculadas segundo as equações 12 e 13.

$$X_v = X_0 - \frac{1}{\text{tan } A} \cdot Z_0 \quad [\text{Eq. 12}]$$

$$Y_v = Y_0 - \frac{\text{tan } Ats}{\text{sen } A} \cdot Z_0 \quad [\text{Eq.13}]$$

Para o cálculo das coordenadas cartesianas $(X_h, 0, Z_h)$ do ponto de interseção entre o raio solar e o plano horizontal (ver figura 4), onde os pontos tem a cota nula ($Y = 0$), utilizam-se as equações 14 e 15 apresentadas a seguir:

$$X_h = X_0 - \frac{\cos A}{\tan A \tau_s} \cdot Y_0 \quad [\text{Eq.14}]$$

$$Z_h = Z_0 - \frac{\sin A}{\tan A \tau_s} \cdot Y_0 \quad [\text{Eq.15}]$$

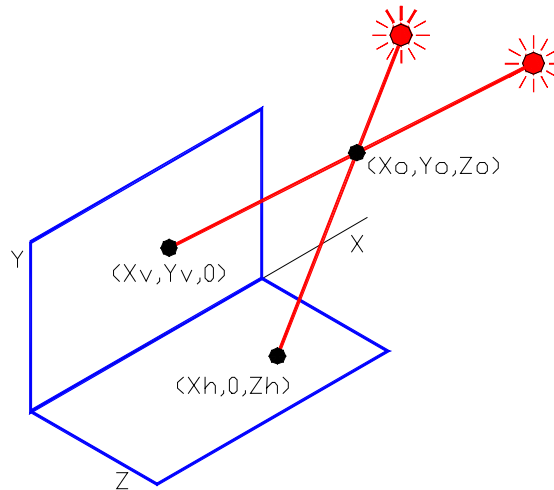


Figura 4 - Interseções entre o raio solar e os planos vertical e horizontal

Em muitos casos, tal como mostra a figura 5, torna-se necessário recortar a área fornecida pelas interseções entre o raio solar passando pelos vértices da proteção e os planos vertical (fachada) e horizontal (piso), pois parte dela pode estar situada fora dos perímetros dos planos vertical ou horizontal, acarretando erros no cálculo das áreas sombreadas

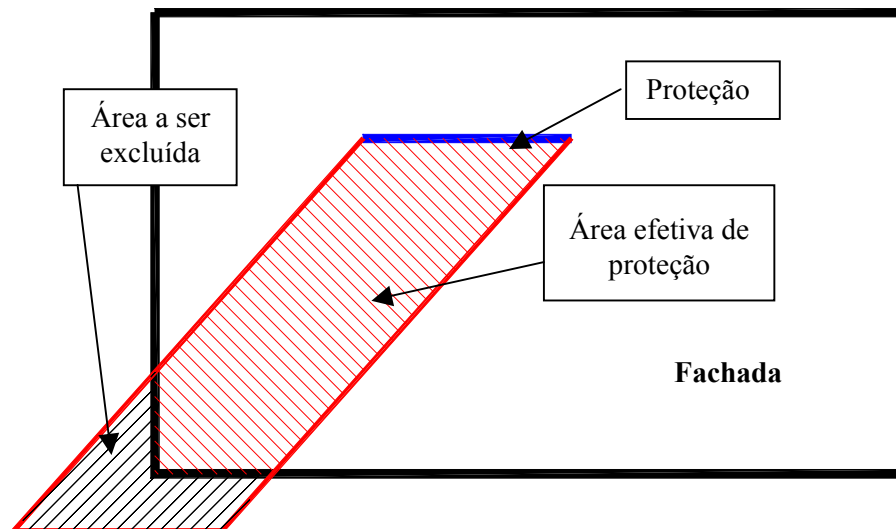


Figura 5 - Recorte das Áreas (polygon clipping)

Para esta finalidade, foi utilizado o algoritmo de *Sutherland-Hodgman*, apresentado com detalhes em textos clássicos de computação gráfica (FOLEY,1984). Após o recorte das áreas e a obtenção dos vértices corretos da área corrigida, é calculado o valor numérico da área da sombra, segundo o algoritmo apresentado na equação 16, baseado em textos de geometria analítica (KINDLE,1959),

onde $X_1, Y_1, X_2, Y_2, \dots, X_n, Y_n$ são as coordenadas cartesianas dos vértices do polígono que representa a sombra em um determinado plano.

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\sum_1^n X_i \cdot Y_{i+1} - \sum_1^n Y_i \cdot X_{i+1} \right), \text{ onde: } Y_{n+1} = Y_1 \text{ e } X_{n+1} = X_1 \quad [\text{Eq.16}]$$

3. APRESENTAÇÃO E UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA

O programa *Sombra2* é uma ferramenta que tem como base um sistema bi-projeccional definido em um diedro reto que utiliza um sistema de projeções cilíndricas oblíquas, com raios projetantes definidos pela direção do raio solares. O elemento a ser projetado é um retângulo, denominado *proteção*, no caso de sombreamento, mas poderia ser uma região iluminada, tal como a quantidade de luz que penetra por uma janela retangular em um determinado recinto, no estudo das manchas solares.

O programa apresenta uma única tela, que é mostrada na Figura 6 e onde são inseridos os dados e apresentados os resultados.

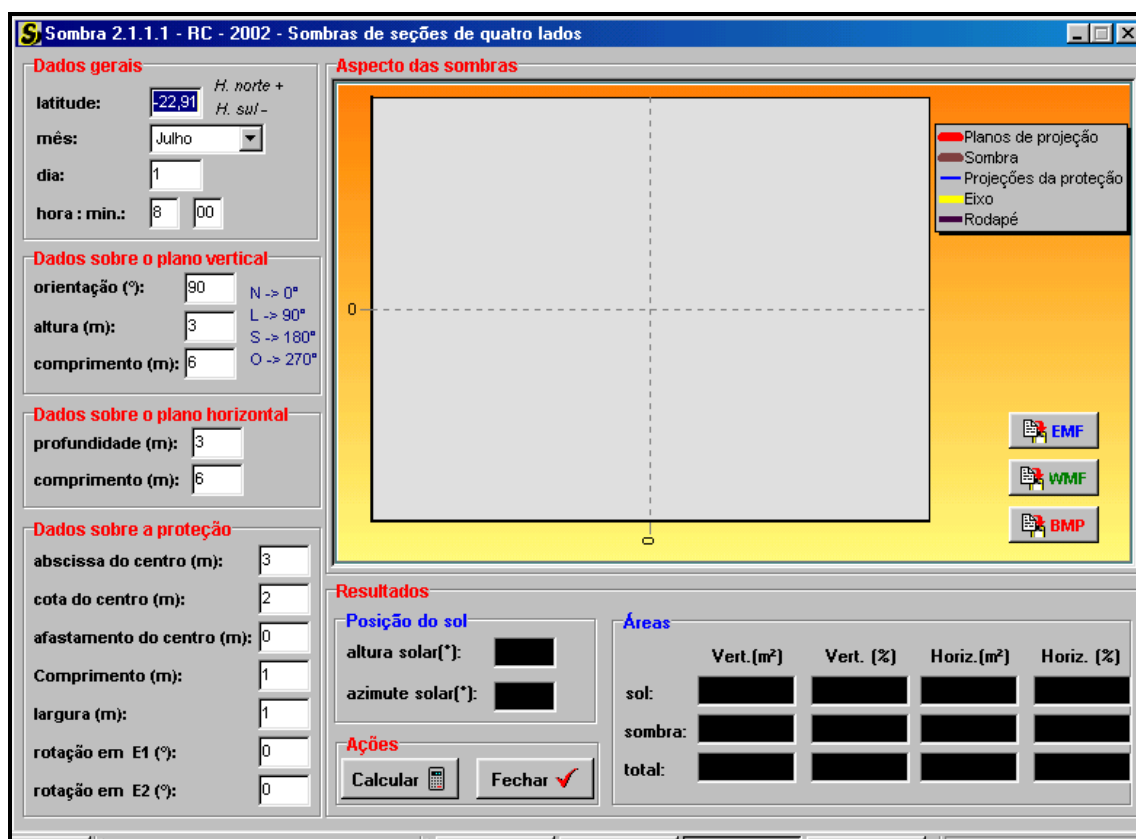


Figura 6 - Tela inicial

Os dados gerais que devem ser informados ao programa são a latitude do local, o mês, o dia e a hora solar do estudo, a orientação, a altura e o comprimento da fachada (plano vertical), a profundidade e o comprimento do piso (plano horizontal). Quanto à definição da posição do retângulo a ser projetado, devem ser informados ao programa, a abscissa, a cota e o afastamento do ponto médio do eixo E_2 , denominado de *centro*, ponto C na Figura 2. Também devem ser informados ao programa, o comprimento e a largura do *retângulo*. Para finalizar a entrada dos dados, informam-se ao programa, os ângulos de rotação da *proteção* em torno dos eixos E_1 e E_2 (Figuras 2 e 3). É importante ressaltar que o programa considera dados iniciais de forma padrão (*default*) que são apresentados nas caixas de entrada, quando se inicia a operação. Esses dados devem ser modificados pelo usuário, conforme a sua necessidade.

Após informar todos esses dados, clica-se o botão **Calcular**, situado na seção *Ações*, e o programa apresenta os resultados. A tela mostrada na figura 7, mostra a saída do programa para os dados padrões de entrada.

Na apresentação dos resultados, o programa informa, na seção *Posição do Sol*, os valores da altura e do azimute solar. Na seção *Aspectos das sombras*, obtêm-se representações gráficas dos contornos das projeções da *proteção* (linhas azuis), dos planos vertical e horizontal de projeção (linhas vermelhas), da linha de interseção entre os planos vertical e horizontal (linha preta), do eixo *E2* (linha amarela) e das linhas que definem as sombras nos planos (linhas marrons).

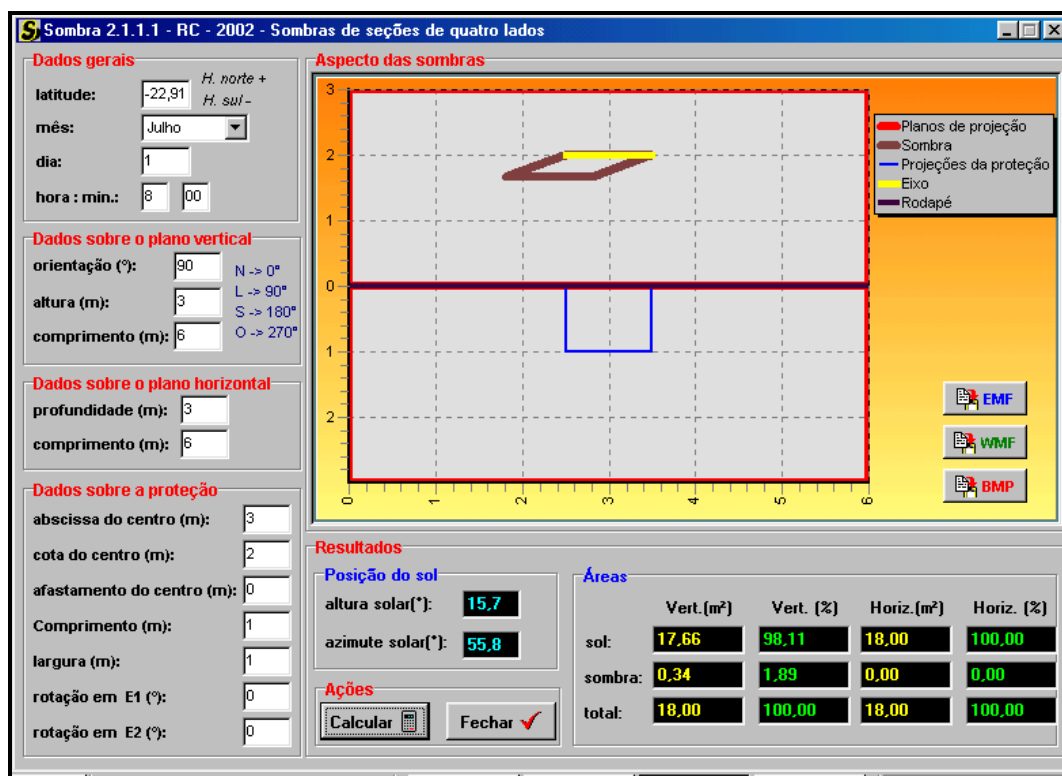


Figura 7 - Tela de saída para os dados iniciais

O programa apresenta ainda nesta seção, os botões **EMF**, **WMF** e **BMP** que transferem o conteúdo da seção (apenas da seção) para a área de transferência, nos formatos *Enhanced Metafile*, *Windows Metafile* e *BitMap*, permitindo a sua colagem nas telas de outros programas, tais como, Paint, Word e outros. É interessante lembrar que na parte superior é exibida a sombra no plano vertical e, na parte inferior, a sombra no plano horizontal. Na seção *Áreas*, o programa exibe os valores numéricos absolutos e percentuais para as áreas ensolaradas e sombreadas nos planos vertical e horizontal. Também são exibidos, nesta seção, os valores numéricos para as áreas dos retângulos que definem os planos vertical (fachada) e horizontal (piso). É importante informar que todos os resultados numéricos obtidos podem ser copiados para a área de transferência, para colagem posterior.

Para ilustrar uma utilidade desta ferramenta, será analisada a sombra produzida por um beiral horizontal de 80 cm de largura e 2 metros de comprimento, situado 30 cm acima de uma janela de 2 metros de comprimento e 1 metro de altura, orientada para leste em 12 de fevereiro, no Rio de Janeiro, às 11 horas. Deve-se considerar no piso, para efeito de sombra, um trecho de comprimento igual ao da janela e com uma profundidade de 1 metro.

Os resultados são apresentados na tela da Figura 8, onde se observa que dos 2 m² da área total da janela, no momento do estudo, 1,89 m² estão na sombra, o que corresponde a cerca de 94,25% da área total da janela, enquanto 0,11 m² estão expostos ao Sol, correspondendo a cerca de 5,75% da área total. Quanto à sombra no piso, observa-se que cerca de 0,83 m² estão na sombra, o que corresponde a

cerca de 41,7% da área considerada de 2 m² e cerca de 1,17 m² estão expostos ao Sol, ou seja, aproximadamente 58,30% da área total .

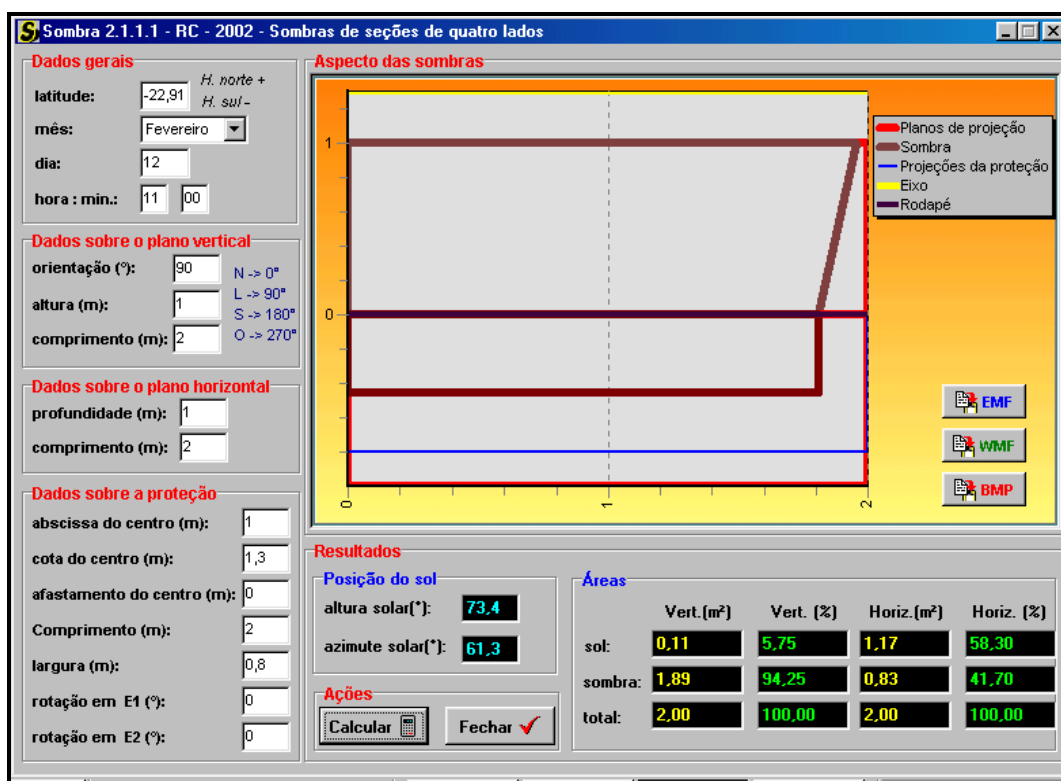


Figura 8 - Tela de saída para o exemplo dado

4. CONCLUSÕES FINAIS

Após utilizar o programa *Sombra2* em vários tipos de simulação de áreas sombreadas, concluiu-se que o programa é uma ferramenta bastante útil. Quanto à facilidade de manuseio, o programa exige do usuário uma certa dose de raciocínio espacial, conhecimento básico de coordenadas e projeções e criatividade quanto ao tipo de problema a ser analisado. As principais virtudes do programas são: a disponibilidade (uso livre), a portabilidade (exige pouco espaço de armazenamento) e a sua versatilidade (pode ser utilizado em diversos casos). As principais desvantagens são: a dificuldade de uso por novos usuários e a possibilidade de ser analisada uma única *proteção* por vez com a utilização de dois planos de projeção perpendiculares, não permitindo analisar sombras em planos inclinados

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DUFFIE, J.A.; BECKMAN, W.A.. **Solar Engineering of Thermal Processes**. New York. John Wiley & Sons,1980. 761p.

FOLEY, J.D., DAM, A.V., FEINER, S.K., HUGHES, J.F. **Computer Graphics – Principles and Praticce**. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1984. 759 p.

HERRERO, M.A.. **Solamiento y Energia Solar**. Valencia. Universidad Politecnica de Valencia, 1985. 248p.

KINDLE, J.H. **Plane and Solid Analytic Geometry**. New York: McGraw-Hill,1959. 244p.

NIEWIENDA, A., HEIDT, F.D. Sombrero: a PC-Tool to calculate shadows on arbitrarily oriented surfaces. **Solar Energy**, v.58, n.4, p.253-263, 1996.