



## A TEORIA DE SISTEMA NEBULOSO E AS INFORMAÇÕES SUBJETIVAS DE CONFORTO AMBIENTAL

L Y Cheng

Universidade de São Paulo

Dept. de Engenharia de Construção Civil

Av. Prof. Almeida Prado, Trav. 2 No. 217, Cidade Universitária

05508-900 - São Paulo/SP - Brasil

fax: + 55 (11) 818-5715

e-mail: [cheng@pcc.usp.br](mailto:cheng@pcc.usp.br)

*RESUMO Este trabalho visa discutir a aplicação da Teoria de Sistema Nebuloso (Fuzzy System Theory) em estudos de conforto ambiental. O trabalho faz uma explanação breve e intuitiva sobre a teoria e apresenta os resultados de um levantamento sobre as abordagens que podem ser adotadas na modelagem e análise de informações subjetivas no estudo.*

*ABSTRACT This paper introduces the Fuzzy System Theory as an alternative approach for the study of environmental comfort. It gives a brief and intuitive explanation of the theory and presents the results of a survey on the approaches that may be used in the modeling and analysis of the subjective information.*

### 1 Introdução

Por ser uma área de estudo diretamente ligada a interação do homem com o seu meio, em estudos de conforto ambiental é comum depararmos com problemas que envolvem levantamento, modelagem e análise com base nas manifestações de usuários ou intuição de especialistas. Durante o projeto conceitual, por exemplo, os dados disponíveis muitas vezes são escassos. O julgamento, mesmo que subjetivo, de especialistas é fundamental na resolução dos problemas mal-definidos (*ill-defined*). Na análise qualitativa de conforto ambiental e avaliação comportamental num estudo de APO, as informações expressas por meio de declarações verbais apresentam 'vagueza' (*fuziness*) própria da linguagem natural. Além disso, muitos dos índices de conforto ambiental, que visam expressar as sensações dos usuários, possuem características subjetivas, de natureza nebulosa (*fuzzy*), cuja modelagem através da matemática clássica e estatística não é a mais adequada.

Este trabalho faz parte de uma linha de pesquisa com o objetivo de estudar a aplicação da Teoria de Sistema Nebuloso (*Fuzzy System Theory*) nos problemas de projeto que envolvem variáveis subjetivas. O trabalho apresenta a teoria como uma abordagem alternativa para o tratamento de informações subjetivas em estudo de conforto ambiental. Devido ao sucesso alcançado em várias áreas de conhecimento, atualmente já não há mais dúvidas sobre a importância da teoria. Entretanto trata-se de uma teoria relativamente nova. As literaturas existentes geralmente a apresentam através de uma linguagem matemática abstrata e pesada. Aquelas que abordam o assunto de forma mais intuitiva e prática muitas vezes se limitam aos poucos tópicos consagrados, tal como controle nebuloso (*Fuzzy Control*). Por isso, a adoção da teoria no dia a dia de arquitetos e engenheiros em áreas, por exemplo, conforto ambiental, tem sido bastante restrita. Dentro deste contexto, o trabalho faz uma explanação breve e intuitiva sobre a teoria e, como resultado inicial da pesquisa, apresenta algumas abordagens que podem ser usadas na modelagem e análise das informações subjetivas relacionadas ao conforto ambiental, na tentativa de despertar o interesse da comunidade sobre esta nova ferramenta de estudo.

## 2 Teoria de Sistema Nebuloso

Com a finalidade de suprimir as deficiências da matemática clássica determinística e matemática estatística no processamento de informações subjetivas de linguagem natural, de natureza vaga ou nebulosa, não determinística nem aleatória, Zadeh (1965) revisou a teoria clássica de conjuntos e postulou a Teoria de Conjunto Nebuloso (*Fuzzy Set Theory*). Alicerce da Matemática Nebulosa (*Fuzzy Mathematics*), deste então, a teoria tem sido desenvolvida por Zadeh e outros pesquisadores, tais como Mamdani (1975), Sugeno (1972), etc. Inicialmente a teoria foi aplicada com sucesso na área de controle e logo foi difundida em outras áreas como: inteligência artificial, robótica, interface homem-máquina, base de dados, confiabilidade, medicina, ciências sociais, lingüística, psicologia, etc. Hoje, a Teoria de Sistema Nebuloso (*Fuzzy System Theory*) engloba conceitos e métodos da Teoria de Conjunto Nebuloso, Lógica Nebulosa (*Fuzzy Logic*) e Medida Nebulosa (*Fuzzy Measure*) (Honda & Oosato, 1990). São conceitos e métodos utilizados para representar modelos de raciocínio impreciso, que desempenham um papel fundamental na notável habilidade humana para analisar qualitativamente e tomar decisões racionais em ambientes de incertezas e imprecisões devido a subjetividade humana. Além disso, mesmo nos problemas não ligados à subjetividade humana podemos usar a teoria para simplificar a modelagem dos fenômenos determinísticos, porém complexos, nos quais não dispomos dados ou formulações explícitas para o seu estudo.

## 3 Conjunto nebuloso

Teoria de Conjunto Nebuloso (*Fuzzy Set Theory*) consiste numa extensão de Teoria Clássica de Conjuntos. De acordo com a teoria clássica, um elemento  $x$  pode adquirir somente um dos dois estados bem distintos em relação a um conjunto  $A$ :  $x \in A$  ou  $x \notin A$ . Em inglês o conjunto é denominado de 'crisp set' ou 'binary set' porque o 'contorno' do conjunto precisa ser bem definido e a base lógica é binária: verdadeiro ou falso. Daí fica claro uma das principais características da matemática clássica: exatidão. No caso de conjunto nebuloso proposto por Zadeh, o 'contorno' não precisa ser muito bem

definido. Pode existir uma região de transição onde se encontram elementos que pertencem parcialmente ao conjunto nebuloso. Por causa disso, a definição de um conjunto nebuloso  $\tilde{A}$  é feito sempre pelo par  $(x, \mu_{\tilde{A}}(x))$ , onde  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  é função de pertinência (*membership function*). O valor de  $\mu_{\tilde{A}}(x)$ , definido no intervalo fechado  $[0,1]$ , expressa o grau que um elemento  $x$  pertence ao conjunto nebuloso  $\tilde{A}$ . Assim, conjunto nebuloso difere do 'clássico' por admitir elementos que sejam parcialmente membros dele. Por isso, é adequado para modelar conceitos subjetivos, por exemplo: 'frio' e 'quente'. Intuitivamente, temperatura abaixo de 15°C pode ser considerado 'frio' e acima de 25°C, 'quente'. Entre as duas temperaturas, existe uma transição. Adotando uma variação linear, a temperatura de 20°C seria um estado intermediário, 'mais ou menos frio', cujo grau de pertinência em relação ao conceito 'frio' é de 50% (figura 1).

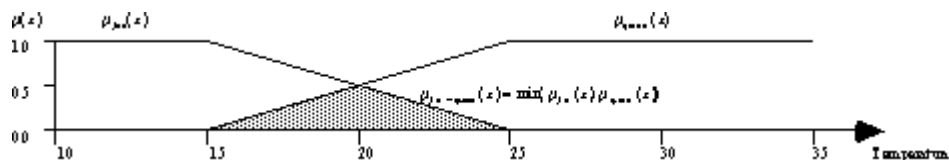


Fig. 1 Conjuntos nebulosos 'frio', 'quente' e 'frio e quente'.

Conforme mostra a figura 1, a definição da  $\mu(x)$  de conceitos subjetivos torna possível a manipulação matemática destes. Além disso, as operações matemáticas se resumem na determinação da  $\mu(x)$  dos resultados e envolvem, basicamente, operação de max e min.

## 2.2 Números nebulosos

Número nebuloso é basicamente um conjunto nebuloso definido na reta real  $R$  com formato convexo e normal, ou seja, possui uma única moda cujo valor modal é igual a 1. É um conceito muito útil na prática porque representa perfeitamente as noções tais como 'em torno de 8', 'mais ou menos 5°C'. Entretanto, as suas operações aritméticas são complexas porque a obtenção da  $\mu(x)$  dos resultados envolve operações de minimização e maximização num domínio contínuo, ou seja, uma série de problemas de programação matemática que requerem grande volume de cálculo.

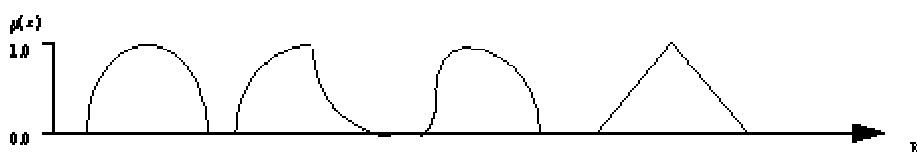


Fig. 2 Exemplos de números nebulosos.

A figura 2 mostra alguns exemplos de números nebulosos. Nota-se que, apesar de moda e dispersão (*spread*) dos números nebulosos serem diferentes, muitas vezes os formatos das funções de pertinência são parecidos. Baseado nisso, foram propostas representações paramétricas para aumentar a eficiência computacional das operações aritméticas. Um exemplo disso é número nebuloso *L-R* (*L-R fuzzy number*), onde  $L(x)$  e  $R(x)$  são funções de forma (*shape functions*) que definem o formato da  $\mu(x)$  à esquerda e à direita da moda. Outro exemplo é número nebuloso triangular (*triangular fuzzy number*), cujas funções  $L(x)$  e  $R(x)$  são lineares. Deste modo, as operações podem ser feitas usando apenas os 3 parâmetros: moda, dispersão à esquerda e à direita. As expressões exatas para soma e subtração e as expressões aproximadas para a

multiplicação e divisão de números nebulosos  $L-R$  foram deduzidas pelo Dubois e Prade (1978).

### 2.3 Relação nebulosa

Em contrapartida com a relação clara e explícita do tipo 'x e y são iguais', a relação vaga e subjetiva do tipo 'x e y são parecidos' é definida como uma relação nebulosa (*fuzzy relation*). Relação é um conceito importante da teoria de conjuntos e relação nebulosa é uma generalização da relação clássica. Analogamente a representação usada para conjunto nebuloso, uma relação nebulosa é definido pela função de pertinência  $\mu_{\tilde{R}}(x, y)$  que expressa o grau do relacionamento de x com y, na forma  $\tilde{R} = \{((x, y), \mu_{\tilde{R}}(x, y)) \mid (x, y) \subseteq X \times Y\}$ .

Se  $X$  e  $Y$  são conjuntos finitos  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  e  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  respectivamente, a relação nebulosa  $\tilde{R}$  do  $X \times Y$  pode ser representada por uma matriz  $M_{\tilde{R}}$  de dimensões  $m \times n$  denominada de matriz nebulosa (*fuzzy matrix*).

$$M_{\tilde{R}} = \begin{bmatrix} \mu_{\tilde{R}}(x_1, y_1), & \dots & \mu_{\tilde{R}}(x_1, y_n) \\ \mu_{\tilde{R}}(x_2, y_1), & \dots & \mu_{\tilde{R}}(x_2, y_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{\tilde{R}}(x_m, y_1), & \dots & \mu_{\tilde{R}}(x_m, y_n) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Como  $0 \leq \mu_{\tilde{R}}(x_i, y_j) \leq 1 (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n)$ , os elementos da matriz nebulosa possuem valores definidos dentro do intervalo  $[0, 1]$ . Suas operações básicas são iguais as de conjunto nebuloso. A operação de composição de relação convencional também se aplica a ela.

### 2.4 Inferência nebulosa

O processo de dedução lógica que ocorre na nossa vida cotidiana é acompanhado de informações vagas e nebulosas e é denominada de inferência aproximada (*approximate reasoning*) ou inferência nebulosa (*fuzzy reasoning*). Isso porque, ao contrário de uma proposição bem definida da lógica binária, por exemplo: 'A **temperatura** do ambiente é **5°C**', os seres humanos trabalham com proposição nebulosa (*fuzzy proposition*) do tipo: 'A **temperatura** do ambiente é **baixa**', com termos descritivos (atributo ou predicado) vagos e imprecisos. Neste caso, o predicado nebuloso (*fuzzy predicate*) pode ser dado por um conjunto nebuloso denominado de variável nebulosa (*fuzzy variable*) ou variável lingüística (*linguistic variable*). Na inferência nebulosa baseado em modus ponens:

premissa 1: se x é  $\tilde{A}$  então y é  $\tilde{B}$

premissa 2: x é  $\tilde{A}$

-----

conclusão: y é  $\tilde{B}$

(2)

a conclusão  $\tilde{A} \times \tilde{B}$  pode ser determinada a partir da composição max-min da expressão condicional nebulosa (premissa 1) com o conjunto nebuloso da variável de entrada (premissa 2). A expressão condicional da premissa 1 pode ser convertida numa relação nebulosa através do produto cartesiano  $\tilde{X}$ , de acordo com o método de Mamdani. Deste modo, a operação matemática se resume em determinar o grau de conformidade entre  $\tilde{A}$  e  $\tilde{B}$ , e usá-lo para 'cortar a cabeça' da variável lingüística  $\tilde{B}$ , gerando assim a resposta  $\tilde{B}$ .

### 3 Modelagem de Sistemas Nebulosos

Estudo de conforto ambiental envolve sensação de bem estar do ser humano e é uma questão complexa. Apesar dos parâmetros definidos quantitativamente, a avaliação do desempenho não pode ser feita desconsiderando reações psicológicas e fisiológicas e experiências de indivíduos afetados. Por isso, avaliação qualitativa ou comportamental baseada em expressões verbais e interpretações subjetivas assumem um papel primordial. A Teoria de Sistema Nebuloso abre uma perspectiva para lidar com estas informações subjetivas. A teoria provê meios de representar e manipular matematicamente os índices qualitativos ou julgamentos subjetivos, muito usados em estudos de conforto ambiental, e resolver racionalmente os problemas de avaliação. Nesta primeira etapa do estudo sobre o estado da arte da aplicação da teoria no projeto de arquitetura e engenharia, fizemos um extenso levantamento bibliográfico. Como resultado, conseguimos destacar alguns conceitos e métodos da teoria apropriados para lidar com informações subjetivas em projeto (Cheng, 1999a). Da análise das abordagens adotadas na bibliografia, identificamos 3 formas principais de modelagem de sistemas complexos através da teoria. São elas:

#### Descrição do sistema através da relação nebulosa.

Abordagem sistêmica onde o sistema é descrita numa matriz de relações nebulosas, que relaciona as entradas  $x_i$  e as saídas  $y_j$ . Os conhecimentos dos especialistas são resumidos nos coeficientes da matriz, cujos valores indicam o grau de pertinência do par  $(x_i, y_j)$  em relação a uma determinada propriedade. Existem uma grande variedade de conceitos e métodos, entre os quais a operação de composição, para a solução dos problemas. Um exemplo típico é resumir os conhecimentos de especialistas sobre as causas e os sintomas numa matriz nebulosa. O diagnóstico é feito determinando as causas usando a matriz e os sintomas observados.

#### 2. Descrição através da proposição nebulosa na forma de SE ~ ENTÃO ~ SENÃO ~.

Neste caso a entrada e a saída do sistema é relacionada na forma de proposições nebulosas do tipo SE ~ ENTÃO ~ SENÃO ~. Esta descrição verbal é bastante eficaz para sistemas complexos e altamente não lineares. Ao invés de equações governantes impossíveis de serem formuladas ou resolvidas, recorre ao julgamento de especialistas na forma de proposições condicionais. Esta forma de descrição permite a aquisição direta das experiências ou os conhecimentos de especialistas, expressos geralmente em linguagem natural. Aplica-se as técnicas de inferência nebulosa para o seu estudo.

#### 3. Extensão das descrições matemáticas clássicas através do princípio de extensão.

O princípio de extensão (*Extension Principle*), como o próprio nome indica, estende as operações da matemática clássica aos seus correspondentes na matemática nebulosa. Portanto, num sistema em que a descrição matemática (equações governantes e condições de contorno) do fenômeno a ser estudado é conhecido, consegue-se 'fuzzificá-lo' e realizar investigações das situações em que um ou vários dos parâmetros ou variáveis de entrada são nebulosas. É particularmente adequada ao estudo de fenômenos determinísticos com variáveis de natureza subjetiva.

Com relação a modelagem das informações subjetivas, as variáveis e os parâmetros subjetivos podem ser representados através de conjuntos nebulosos, na forma de variáveis lingüísticas ou quantificados na forma de números nebulosos. As duas primeiras abordagens usam essencialmente variáveis lingüísticas. Em particular, a segunda abordagem é bastante desenvolvida e conhecida devido ao sucesso alcançado na área de automação industrial. A terceira abordagem trata exclusivamente as variáveis nebulosas expressas na forma de números nebulosos.

#### **4 Exemplos Publicados**

Especificamente com relação a aplicação da teoria em estudos de conforto ambiental, a maioria dos trabalhos, tais como Lee et al. (1994) e Fraisse et al. (1997), consistem na aplicação de controladores nebulosos em sistemas prediais. Verificamos que o estudo sobre o tratamento das informações subjetivas e análise qualitativa das condições térmicas, acústicas, de iluminação, etc. ainda são incipientes. Entre os poucos trabalhos sobre a aplicação da teoria em estudo de conforto ambiental encontrados, podemos destacar a proposta de aplicação da inferência nebulosa à avaliação pós-ocupacional e ao conforto ambiental do Gonçalves & Ribeiro (1998). No trabalho, os autores apresentaram o mecanismo de um controlador nebuloso de temperatura com finalidade de ilustrar o método, sem apresentar, no entanto, a forma da inserção deste na análise de informações nebulosas na APO e em conforto ambiental.

Numa linha similar, Harris e Cheng (1999) sintetizaram os resultados de uma APO em conjuntos nebulosos e apresentaram uma metodologia para análise do impacto das modificações introduzidas num ambiente construído. A metodologia usa a inferência nebulosa baseada em regras que representam o julgamento de especialista. Ela foi testada para um caso simples. Os resultados mostraram que a abordagem 2 citada na sessão anterior, aliada a um tratamento adequado das informações qualitativas, podem ser utilizadas para realimentar os resultados de uma APO no estudo das modificações do ambiente construído ou melhoria de projeto futuros.

Por outro lado, nos estudos de conforto ambiental, por exemplo, dimensionamento de um sistema de condicionador de ar, onde apesar do fenômeno geral de troca térmica é regida por equações bem definidas, algumas variáveis de entrada podem ser assumidas pelo projetista com base na intuição devido a escassez de dados necessários. A abordagem 3 mencionada na sessão anterior é adequada para tais problemas. Cheng (1999b) apresentou uma metodologia baseada na quantificação de dados subjetivos por números nebulosos (*fuzzy numbers*). As operações aritméticas de números nebulosos são feitas através de uma técnica baseada no Método de Monte Carlo (Cheng, 1999c). Os resultados são analisados aplicando-se os conceitos da medida nebulosa. Um exemplo sobre a análise de custo dos sistemas de aquecimento de água foi apresentado. A mesma abordagem pode ser utilizada para o dimensionamento ou análise de desempenho dos sistemas de conforto ambiental.

De acordo com a filosofia da teoria de sistema nebuloso, problemas de otimização são muitas vezes tratados de uma forma mais realista com a utilização do conceito de 'satisfatório' ao invés de 'ótimo'. Além de chegar a um resultado mais coerente, o conceito de 'satisfação', cujo índice é muito usado em estudo de conforto ambiental, pode ser adotado como a meta em comum de avaliação ou otimização quando os itens de conforto térmico, luminoso, acústico, ventilação, etc. são considerados simultaneamente. Por fim, vale ressaltar que a modelagem baseado na teoria tem limitações inerentes. Muitas vezes observações quantitativas, objetivas, do sistema não são especificamente usadas para a determinação da estrutura ou parâmetro dos modelos. Nestes casos, se o conhecimento do especialista é falho, acabam-se obtendo modelos ruins.

## **5 Considerações Finais**

Em estudos de conforto ambiental é comum deparamos com problemas que envolvem informações subjetivas. Este trabalho discute a aplicação da Teoria de Sistema Nebuloso em estudos de conforto ambiental e apresenta os resultados da pesquisa sobre as abordagens que podem ser utilizadas na modelagem dos sistemas. Por lidar com fenômenos incertos, muitos consideravam a matemática nebulosa como uma ramificação da matemática estatística. No entanto, a matemática estatística trabalha com variáveis aleatórias que depende de acontecimentos futuros. Ela estende o escopo da aplicação da matemática clássica do inevitável para o casual. Ao passo que a matemática nebulosa, que é a base da Teoria de Sistema Nebuloso, trabalha com variáveis nebulosas, pouco inteligível, mas certo a respeito do seu acontecimento. A matemática nebulosa estende o escopo da aplicação da matemática do definido ao mal-definido. As matemáticas clássica, estatística e nebulosa se desenvolveram com a investigação dos fenômenos determinísticos, estocásticos e nebulosos. Possuem suas características próprias e áreas de atuação bem definidas. São complementares e não conflitantes entre si.

Muito mais do que simples absorção e aplicação de um novo conhecimentos, a utilização da teoria, num sentido mais amplo, requer uma mudança de valores, de superar a crença sobre os resultados quantitativos e precisos, e reconhecer a importância da interpretação qualitativa e vaga. Seguindo este raciocínio é preciso questionar sobre a validade das soluções dos problemas expressas na forma de valores exatos.

## **6 Referências Bibliográficas**

Cheng, L. Y. (1999a): Consideração de Fatores Subjetivos na Avaliação e Otimização de Projeto Usando Teoria de Fuzzy. Relatório Técnico, FAPESP Processo No. 97/03173-9.

Cheng, L. Y. (1999b): Consideração de Fatores Subjetivos no Projeto. In: Anais do IV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI'99), São Paulo (no prelo).

Cheng, L. Y. (1999c): Aplicação do Método de Monte Carlo para as Operações de Números Nebulosos. In: Anais do IV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI'99), São Paulo (no prelo).

Dubois. D. and Prade, H. (1978): Operations on Fuzzy Numbers, Int. Journal System Sciences, Vol. 9, No. 6, pp.613-626.

Fraisse, G.; Virgone, J. and Roux, J. J. (1997): 'Thermal Control of a Discontinuously Occupied Building Using a Classical and a Fuzzy Logic Approach'. In: Energy and Buildings, No. 26, pp. 303-316.

Gonçalves, A. C. M. e Ribeiro, R. T. M. (1998 ): 'Lógica Fuzzy Aplicada à Avaliação Pós-Ocupacional e ao Conforto Ambiental'. In: Anais eletrônicos da NUTAU'98.

Harris, A. L. N. C. e Cheng, L. Y. (1999): A Inferência Nebulosa Aplicada à Análise de Dados na Avaliação Pós-Ocupacional. V Encontro Nacional de Conforto no Ambiente Construído, Fortaleza (em julgamento).

Honda, N. and Oosato, A. ( 1990): Introduction to Fuzzy Engineering' Kaibundou Press, Japan. (in Japanese)

Lee, S. G, Too, S. S., Shin, K. S., Kageo, A. and Cho. J. W. (1994): A Fuzzy Venetian Blind Controller – Hardware Implementation. IEEE, pp. 1197-1202.

Mamdani, E. H. and Assilian, S. (1975): An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller. In: Intern. J. Man-Machine Studies, 7, No. 1.

Sugeno, M. (1972): Fuzzy Measure and Fuzzy Integrals, Journal of Automation and Control, Vol. 8, No.2, pp.218-226.

Zadeh, L. A. (1965): Fuzzy Sets, Information and Control 8, 338-358, USA.